Stefano Machera

Il Paradiso della fisica

Simmetria e bellezza della regina delle scienze

FrancoAngeli

Informazioni per il lettore

Questo file PDF è una versione gratuita di sole 20 pagine ed è leggibile con **Adobe Acrobat Reader**

La versione completa dell'e-book (a pagamento) è leggibile **con Adobe Digital Editions**.

Per tutte le informazioni sulle condizioni dei nostri e-book (con quali dispositivi leggerli e quali funzioni sono consentite) consulta **cliccando qui** le nostre F.A.Q.

LA SOCIETÀ

Saggi sugli aspetti rilevanti della contemporaneità

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati
possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it

e iscriversi nella homepage
al servizio "Informatemi" per ricevere via e-mail le
segnalazioni delle novità.

Stefano Machera

Il Paradiso della fisica

Simmetria e bellezza della regina delle scienze

FrancoAngeli

Progetto grafico della copertina: Roberto Mattiucci/Margherita Barrera

Isbn: 9788835169031

Indice

Introduzione

Nel ciel che più de la sua luce prende
fu' io, e vidi cose che ridire
né sa né può chi di là sù discende;

perché appressando sé al suo disire,
nostro intelletto si profonda tanto,
che dietro la memoria non può ire.

Paradiso, I, vv. 4-9

Quando, la bellezza di quarantaquattro anni fa, ho cominciato a studiare fisica all'Università di Roma, ero certamente affascinato da quella che era considerata la "regina delle scienze", ma in realtà non ne capivo un granché. Come molti altri studenti, ero colpito dalla capacità degli scienziati di costruire formule matematiche in grado di descrivere il comportamento del mondo materiale dalla scala cosmologica fino a quella dell'infinitamente piccolo, e dalla potenza degli strumenti teorici che questa scienza aveva nei secoli perfezionato. Ero, insomma, desideroso di acquisire anch'io la conoscenza delle leggi che governano la nostra realtà, e indubbiamente durante quel corso di studi appresi molto, incluso ovviamente quanto fosse vasto il mare di conoscenze che anche dopo la laurea avrei continuato a ignorare.

Eppure, la cosa probabilmente più importante che ho imparato in quegli anni, e forse ancora di più dopo essermi dedicato a una professione che con i miei studi non ha molto a che vedere, è che in fisica *sapere* è una cosa, *capire* un'altra, completamente diversa. Inevitabilmente, una volta abbandonato l'ambiente universitario, ho cominciato progressivamente a sapere sempre meno di fisica, sia perché ho dimenticato molto, sia perché in questi anni molto di nuovo è stato pensato e scoperto. Il mio amore per la scienza si è quindi rifugiato nel tentativo di capire il più possibile della sua essenza, almeno nei limiti in cui per farlo non sono necessari strumenti matematici troppo complessi o dettagli troppo approfonditi, che sono ormai fuori dalla mia portata. Il risultato è che, man mano che da potenziale fisico "praticante" sono diventato sempre più un semplice curioso della materia, mi è diventata sempre più evidente la meravigliosa bellezza della fisica.

Il grande fisico teorico Paul A.M. Dirac sosteneva con decisione che «una teoria fisica deve possedere bellezza matematica»[1], e, anche se comprenderla fino in fondo non è alla portata di tutti, personalmente sono convinto che la bellezza della fisica sia, almeno a un primo livello di esperienza, accessibile a chiunque si avvicini seriamente a essa. Il bello è una categoria che, secondo me, risuona nel profondo della nostra psiche, sia che si incarni in un paesaggio, in una persona, o, come nel nostro caso, in un modello concettuale di un aspetto del mondo materiale. L'ambizioso scopo di questo libro, insomma, è condividere con chi non è un "iniziato" l'esperienza estetica che la fisica suscita in me.

Si tratta certamente, appunto, di un proposito ambizioso; da un lato, richiede una capacità di mediazione che potrei non possedere, dall'altro la materia in sé, intrisa di quella matematica che troppi trovano scoraggiante per principio, può apparire ardua. Se posso azzardare un paragone[2] che definire blasfemo sarebbe poco, è un compito che mi ricorda quello che idealmente assunse su di sé Dante quando, componendo il Paradiso, tentò di raffigurare con le parole la sublime maestà del Divino di cui nella finzione poetica conservava, con l'evanescenza imposta dai limiti delle facoltà umane, il ricordo di un attimo di folgorante

[1] Citato in Stakhov (2009).

[2] Forse questa analogia mi è stata ispirata dalla lettura di un passaggio di Carlo Rovelli (2014), che avvicina la topologia del Paradiso dantesco a quella dell'universo einsteiniano, v. Capitolo 7.

apparizione. Per questo ho scelto di introdurre ogni capitolo con un passo della Divina Commedia che in qualche modo possa evocare l'affinità che io vedo tra la ricerca della scienza e quella della verità teologica ai tempi di Dante. Non dispongo certo né della dottrina né dell'arte del Sommo, ma proverò anch'io a trasmettere al lettore quello che ho saputo assorbire e trasformare in *capire* anziché *sapere*. Il vantaggio è che, per ardua che sia, si tratta comunque di una materia umana, e che se chi legge ne fosse conquistato potrà sempre dedicarsi davvero al suo studio, arrivando auspicabilmente a conoscerla più e meglio di quanto abbia mai fatto io.

Come guida in questo particolare viaggio, per restare nel paragone doppiamente blasfemo con la *Commedia*, come mia Beatrice ho scelto la Simmetria, che della bellezza matematica (e non solo) è la terrena incarnazione. Vedremo come avvicinarla, e quali forme essa assuma nel nostro mondo e, soprattutto, nei modelli che la fisica costruisce per raffigurarlo. Secondo Dirac (1939), la bellezza matematica è «una qualità che non può essere definita, più di quanto possa esserlo nell'arte, ma che chi studia matematica abitualmente non ha difficoltà ad apprezzare»; a mio avviso, nel più ristretto ambito della fisica, la Simmetria accompagna quasi sempre questa ineffabile qualità, e ci aiuterà a riconoscerla come Dirac suggerisce.

In uno dei suoi splendidi saggi di divulgazione (Hawking, 1988), Steven Hawking ha scritto che ogni formula matematica in un libro per il grande pubblico dimezza il numero dei potenziali lettori; tra le difficili scommesse che mi sono proposto c'è invece anche quella di non evitare la matematica a tutti i costi. Insomma, a differenza di Hawking, io non posso promettervi che non vi troverete davanti a formule matematiche, anzi, al contrario; quello che posso promettere è che cercherò di esporle nel modo più chiaro e semplice di cui sarò capace. D'altronde, se la bellezza della fisica risiede in gran parte nella sua formulazione matematica, rinunciare per principio a presentarne qualche esempio significherebbe lasciare nell'ombra troppo di quel paesaggio lungo il quale si snoderà il nostro cammino.

Tra le persone che mi hanno incoraggiato e consigliato, vorrei ringraziare in particolare Carlo Marino che mi ha aiutato a rivedere i contenuti di questo testo.

1
Incontriamo la Simmetria

Così dentro una nuvola di fiori
che da le mani angeliche saliva
e ricadeva in giù dentro e di fori,

sovra candido vel cinta d'uliva
donna m'apparve, sotto verde manto
vestita di color di fiamma viva.

Purgatorio, XXX, vv. 28-33

Nella *Commedia*, l'incontro di Dante con Beatrice avviene ovviamente prima dell'ingresso nel Paradiso (dove Dante non potrebbe arrivare né da solo né con Virgilio), ed è quindi ancora nel Purgatorio che il poeta assiste all'apparire di una Beatrice già con caratteri lontani da quelli di una donna terrena.

La guida di Dante, insomma, è sublime come si conviene alla destinazione del viaggio in cui dovrà accompagnarlo; la compagna che s'addice alla nostra avventura non le è da meno, ma, non essendo una vecchia frequentazione come Beatrice per Dante, dobbiamo innanzitutto farne la conoscenza.

1.1. Cos'è la Simmetria?

Prima di poter intraprendere il nostro percorso nel quale la Simmetria[1] ci illuminerà sulla profonda bellezza della fisica, dobbiamo soffermarci ancora un momento per sottolineare che non stiamo parlando semplicemente dell'ordina-

[1] Dato che la Simmetria applicata alla fisica sarà la nostra guida, userò generalmente per essa la lettera maiuscola, riservando la minuscola per gli altri usi del termine.

rio concetto di simmetria, ma di qualcosa di più generale e astratto. In fondo, anche la Beatrice del Paradiso dantesco, mediatrice tra umano e divino, non è né la Bice Portinari che i fiorentini di fine Duecento potevano incontrare in carne e ossa, né la Beatrice donna angelicata della *Vita Nuova*; non sorprendiamoci quindi se la Simmetria che ci farà da guida non sarà né la comune nozione di simmetria, né un concetto puramente matematico senza relazione con l'osservazione dei fenomeni naturali, che è invece indissolubile dalla fisica.

Nel linguaggio comune, *simmetrico* significa quasi sempre *speculare rispetto a un asse*: un viso, ad esempio, è simmetrico se la "mezza faccia sinistra" è uguale alla "mezza faccia destra" vista allo specchio.

Nella fisica, il significato di Simmetria è allo stesso tempo più ampio e più preciso, grazie al formalismo matematico; tuttavia, possiamo introdurre il concetto senza ricorrere fin dall'inizio alle formule osservando che già la semplice idea "simmetrico = speculare" implica quella di una *trasformazione*. Quando parliamo di un viso *visto allo specchio*, stiamo immaginando in realtà di compiere sull'immagine del volto l'operazione di riflessione prodotta da uno specchio collocato verticalmente.

Il volto ritratto nella fotografia di sinistra nella Figura 1 è quasi perfettamente simmetrico, tanto che la versione

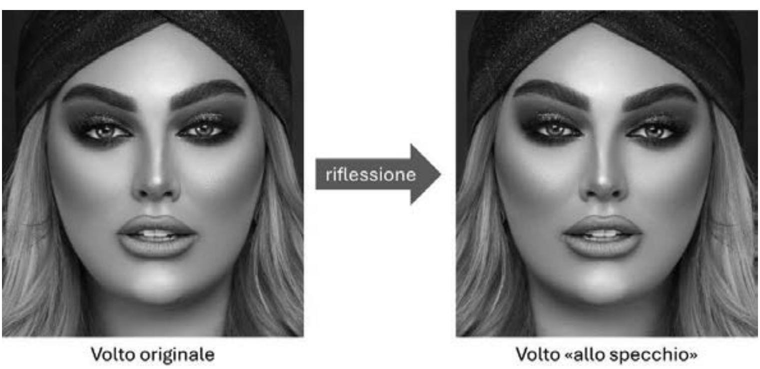

Fig. 1 – Simmetria nel volto umano

a destra, "riflessa" come in uno specchio, sembra identica, salvo piccolissimi dettagli, come il turbante che ricopre il capo. Probabilmente, a questo effetto di simmetria contribuisce anche il trucco piuttosto carico, che potrebbe coprire qualche piccola imperfezione o disomogeneità. Che truccandosi si cerchi di eliminare o ridurre le asimmetrie non ci sorprende: come vedremo nel Capitolo 2, *un viso simmetrico è più bello*, e questo legame tra simmetria e bellezza è proprio il filo conduttore che seguiremo nel nostro viaggio "in Paradiso". Per il momento, però, limitiamoci a prendere atto del fatto che, in questo caso, dire che un oggetto è simmetrico significa che resta uguale se lo sottoponiamo a una *riflessione*, ossia se lo guardiamo in uno specchio.

Sempre restando nel comune utilizzo del termine *simmetrico*, in realtà ci sono altri casi in cui un'immagine può essere definita simmetrica. Se prendiamo in considerazione ad esempio un dodecagono regolare, ossia un poligono con dodici lati tutti uguali, vediamo che resta uguale a se stesso non solo se visto in uno specchio, ma anche se sottoposto a una rotazione di 30 gradi, come si vede nella Figura 2:

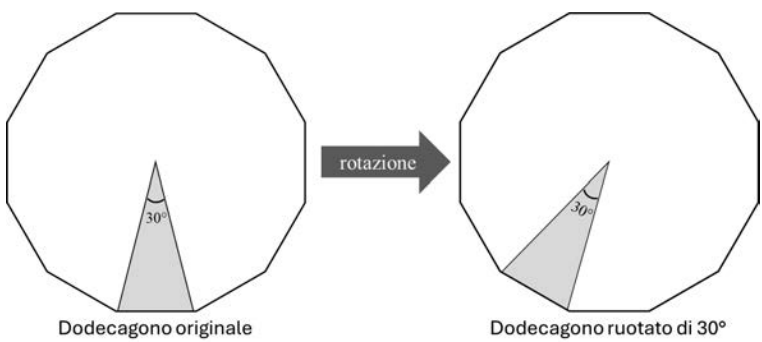

Fig. 2 – Simmetria di rotazione in una figura geometrica

Naturalmente, il dodecagono resterà uguale a se stesso anche se sottoposto a una rotazione di un angolo multiplo di 30°, perché, se un'operazione non modifica un oggetto, anche applicandola un numero qualsiasi di volte l'oggetto resterà invariato. Invece, se sottoponessimo il dodecagono a una rotazione, poniamo, di 45 gradi, troveremmo che non è più identico a prima, ma ha un diverso orientamento nel piano. Possiamo quindi dire che un dodecagono regolare è *simmetrico rispetto a una rotazione di un angolo multiplo di 30°*. Per avere una figura simmetrica rispetto a ogni possibile angolo di rotazione dobbiamo ricorrere a un cerchio, e intuitivamente ci è evidente che un cerchio è *più simmetrico* di un dodecagono o, se è per questo, di un viso umano.

Fin qui ci conduce il concetto ordinario di simmetria: *un oggetto è simmetrico se resta uguale a se stesso quando lo sottoponiamo a una trasformazione*. Vediamo ora come questo concetto parziale e approssimativo possa essere tradotto in termini matematici, restando per ora all'interno delle simmetrie geometriche, che sono quelle che rientrano nel nostro uso quotidiano del termine.

1.2. La simmetria in matematica

L'ambito matematico più immediato in cui applicare la nozione di simmetria è appunto quello geometrico. Per tradurre in termini matematici quanto abbiamo detto in precedenza relativamente al concetto ordinario di simmetria, dobbiamo innanzitutto definire esattamente quali siano e in cosa consistano le trasformazioni che possiamo applicare a un oggetto partendo, per semplicità, da una figura bidimensionale. In uno spazio bidimensionale, una figura (o qualsiasi immagine, se vogliamo) può essere definita assegnando a ogni punto nel piano un numero, che corrisponde al colore che la figura ha in quel punto, un po' come se fosse un pixel di un'immagine digitale. In altre parole, se per identificare i punti della figura usiamo le classiche coordinate cartesiane x e y, a ogni punto A o B corrisponderà una coppia di coordinate (x_A, y_A), (x_B, y_B) e a ciascuna di queste coppie sarà associato un numero che indica il colore di quel punto, che potremo scrivere rispettivamente $\mathcal{C}(A)$, $\mathcal{C}(B)$, o, equivalentemente, $\mathcal{C}(x_A, y_A)$, $\mathcal{C}(x_B, y_B)$.

Ad esempio, se per i colori usiamo una scala di grigi, possiamo stabilire che $\mathcal{C}$ possa assumere qualsiasi valore tra 0 (nero) e 255 (bianco). Una trasformazione della figura equivale ad assegnare a ogni suo punto un nuovo valore del colore secondo una qualche regola, ad esempio “trasferendo” nel punto B il colore che inizialmente aveva il punto A; in quale punto B verrà trasferito il colore del punto A è appunto quello che caratterizza ciascuna trasformazione.

1.2.1. *La Riflessione*[2]

L’operazione di riflessione speculare che abbiamo visto in precedenza ha una precisa traduzione in termini di geometria analitica:

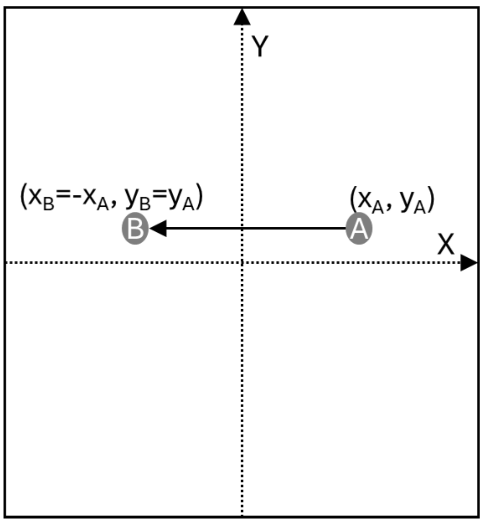

Fig. 3 – Trasformazione di Riflessione e coordinate nel piano

[2] Qui e nel seguito useremo generalmente la maiuscola (es. *Riflessione, Rotazione*) per indicare le trasformazioni algebriche rispetto alle quali applicheremo i concetti di Simmetria e di invarianza fisica, lasciando la minuscola quando usiamo gli stessi termini in un contesto puramente geometrico o nel linguaggio comune.

Gli assi X e Y definiscono le coordinate cartesiane per il piano che contiene l'immagine; quindi, se prendiamo un punto A con coordinate x_A e y_A, l'operazione di Riflessione rispetto all'asse Y significa "trasportare" in orizzontale il colore del punto A nel punto B che ha lo stesso valore della coordinata y ma la coordinata x invertita di valore, negativa se x_A era positiva e viceversa. Naturalmente è possibile anche operare una Riflessione rispetto all'asse X, e in questo caso sarebbe la coordinata y a cambiare di segno da positivo a negativo e viceversa, mentre la x resterebbe invariata.

Se a cambiare segno sono entrambe le coordinate, si dice che la trasformazione è una Riflessione rispetto al centro della figura e non più rispetto a uno solo degli assi. Per una figura bidimensionale, la Riflessione rispetto al centro equivale ad applicare di seguito la Riflessione rispetto a X e a Y.

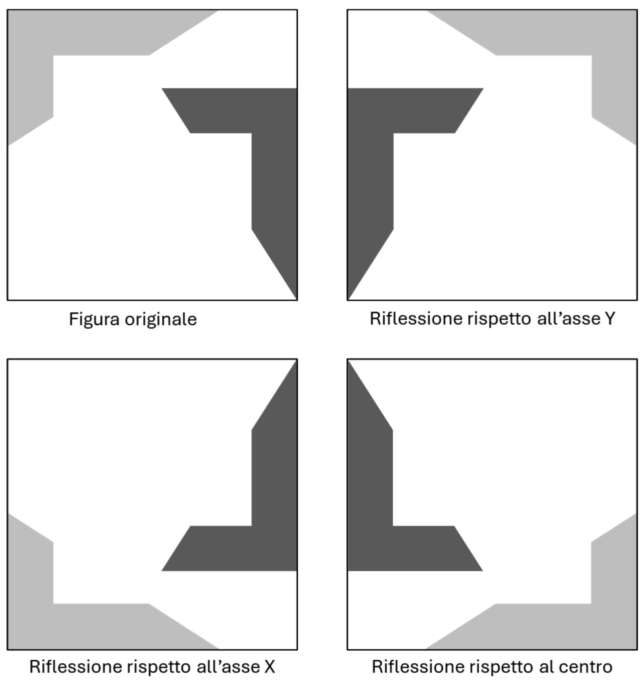

Fig. 4 – Diverse Riflessioni per una figura non simmetrica

1.2.2. *La Rotazione*

La Rotazione di un oggetto, o di un'immagine bidimensionale, è un'operazione che ci è molto familiare, e, a differenza della riflessione, è definita non solo da un asse di rotazione (che nel caso bidimensionale può essere soltanto quello perpendicolare all'immagine, ma che già in tre dimensioni può assumere direzioni diverse), ma anche da un *angolo di rotazione*, che determina ovviamente di quanto stiamo ruotando la figura. Anche in questo caso la Rotazione significa che il colore di un punto A viene "copiato" in un punto B, che è quello di "arrivo" della Rotazione.

L'angolo può assumere qualunque valore tra 0° e 360° (angoli di rotazione che differiscano di un multiplo di 360° definiscono in realtà la stessa Rotazione), quindi si dice che la Rotazione è una *trasformazione continua* mentre la Riflessione è una *trasformazione discreta*, e un'immagine può essere simmetrica rispetto ad alcune Rotazioni e non esserlo per tutte le altre. Intuitivamente, consideriamo "più simmetrica" di un'altra un'immagine che sia simmetrica rispetto a un maggior numero di angoli di rotazione, come un dodecagono regolare (simmetrico rispetto a Rotazioni di multipli di 30°, quindi appunto a 12 valori distinti) è "più simmetrico" di un quadrato (simmetrico rispetto a Rotazioni di multipli di 90°), che è "più simmetrico" di un rettangolo (simmetrico rispetto a una Rotazione di 180°). Solo il cerchio, tra le figure piane, presenta una simmetria continua per Rotazione, ossia rimane invariato per angoli di rotazione che coprono un intero intervallo di valori, appunto quello tra 0° e 360°.

Il fatto che la Rotazione sia una trasformazione continua implica che le coordinate del punto B debbano dipendere da una certa funzione dell'angolo di rotazione θ, e le funzioni che si usano per rappresentare questa relazione matematica sono le funzioni trigonometriche *seno* e *coseno*, come si vede nella Figura 5.

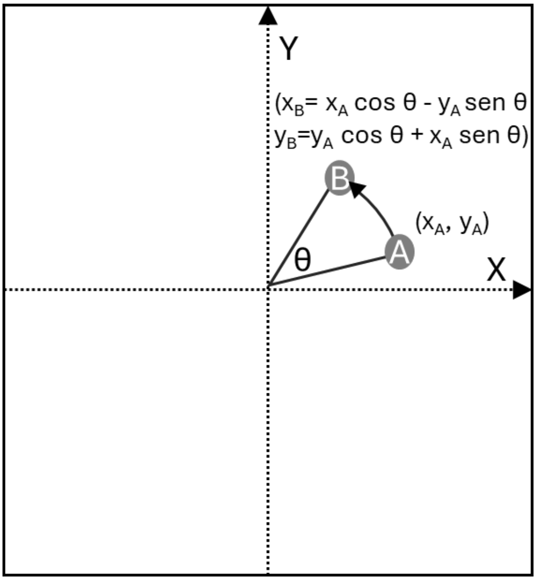

Fig. 5 – Trasformazione di Rotazione e coordinate nel piano

1.2.3. *La Traslazione*

La Traslazione è un'operazione così "ovvia" che in realtà possiamo non renderci neanche conto del fatto che sia una vera e propria trasformazione: consiste infatti nello spostare un oggetto, o, in due dimensioni, un'immagine o una figura geometrica, rispetto agli assi che definiscono il sistema di riferimento.

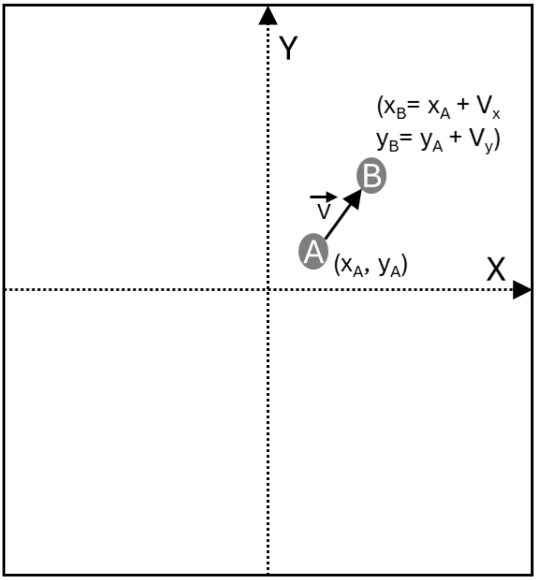

Fig. 6 – Trasformazione di Traslazione e coordinate nel piano

La simmetria (spesso, nello stesso senso, si usa il termine *invarianza*, che evidenzia forse meglio il concetto matematico di qualcosa che, sottoposto a una certa trasformazione, resta uguale) nel caso della Traslazione significa essenzialmente che, se prendiamo qualcosa e lo spostiamo, senza torcerlo o deformarlo, questo qualcosa non cambia. Dato che la Traslazione si definisce con una direzione e una distanza («sposto l'oggetto di un metro verso destra»), anziché solo con un numero, come nel caso della rotazione nel piano, è tipicamente associata a un *vettore*, che è appunto un oggetto matematico che ha una direzione e una lunghezza.

1.2.4. *Simmetrie non spaziali*

Le tre trasformazioni che abbiamo incontrato, Riflessione, Rotazione e Traslazione (e naturalmente ogni loro