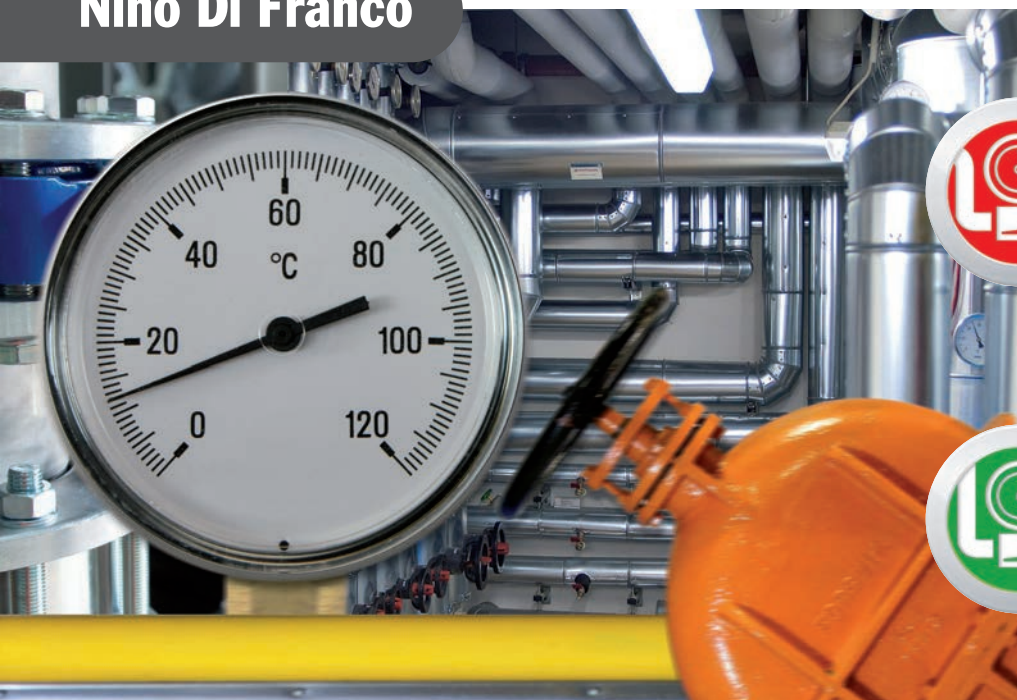


Energy management

Fondamenti per la valutazione,
la pianificazione e il controllo dell'efficienza
energetica. Con esempi ed esercizi

Nuova edizione rivista e ampliata

Nino Di Franco



FRANCOANGELI

Am - La prima collana di management in Italia

Testi advanced, approfonditi e originali, sulle esperienze più innovative in tutte le aree della consulenza manageriale, organizzativa, strategica, di marketing, di comunicazione, per la pubblica amministrazione, il non profit...

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it e iscriversi nella home page al servizio “Informatemi” per ricevere via e.mail le segnalazioni delle novità.

Nino Di Franco

Energy management

Fondamenti per la valutazione,
la pianificazione e il controllo dell'efficienza
energetica. Con esempi ed esercizi

Nuova edizione rivista e ampliata



FRANCOANGELI

2a ed. Copyright © 2015, 2017 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy.

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore. L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito www.francoangeli.it.

A Fausta, Corinna e Gianluca

*Nelle cose economiche e sociali,
la via diritta, salvo eccezioni rarissime,
è la via falsa.
Solo la via storta,
lungo la quale gli uomini cadono,
ritornano sui propri passi,
esperimentano,
falliscono e ritentano
e talvolta riescono,
è la via sicura e, di fatto, più rapida.*

Luigi Einaudi, Lezioni di politica sociale

Indice

1.	Premessa	pag.	13
2.	Analisi costi-benefici per l'efficienza energetica	»	16
2.1	Logica dell'analisi costi-benefici	»	17
2.2	Meccanismi di capitalizzazione e attualizzazione	»	18
2.3	Flussi di cassa attualizzati e Valore Attuale Netto	»	20
2.4	Il fattore di annualità <i>FA</i>	»	22
2.5	Casi applicativi di capitalizzazione e sconto	»	25
2.6	Parametri per il calcolo del VAN	»	28
2.7	Inflazione ed aumento differenziato dei prezzi	»	37
2.8	Interludio sull'analisi costi-benefici	»	48
2.9	Un'applicazione significativa	»	55
2.10	Influenza della tassazione	»	58
2.11	Vita residua	»	60
2.12	Espressione completa del valore attuale netto	»	65
2.13	Indicatori economici	»	66
2.14	Scelta tra progetti a diversa vita utile	»	79
2.15	Problemi di ottimizzazione	»	83
2.16	Analisi di sensibilità	»	85
2.17	Il metodo Montecarlo	»	89
	Appendice 2.1	»	98
	Appendice 2.2	»	99
	Appendice 2.3	»	101
	Appendice 2.4	»	102
	Appendice 2.5	»	104
3.	La diagnosi energetica	»	107
3.1	Efficienza e risparmio	»	107
3.2	Le sei porte (chiuse) dell'efficienza energetica	»	108
3.3	I principi dell'efficienza energetica	»	114

3.4	L'attività diagnostica	pag.	115
3.5	Come si conduce una diagnosi energetica	»	147
3.6	La realizzazione completa di un'attività diagnostica	»	161
3.7	Il vademecum del perfetto auditor energetico	»	166
	Appendice 3.1	»	168
	Appendice 3.2	»	185
4.	Isolamenti termici	»	206
4.1	Calore sensibile	»	206
4.2	Calore latente	»	207
4.3	Meccanismi di trasmissione del calore	»	209
4.4	I materiali isolanti	»	225
4.5	Determinazione dello spessore di coibente ottimale	»	231
	Appendice 4.1	»	242
	Appendice 4.2	»	244
5.	Gestione della combustione	»	245
5.1	La combustione	»	245
5.2	Richiami di chimica della combustione	»	247
5.3	Combustione pratica	»	253
5.4	Potere calorifico superiore ed inferiore	»	259
5.5	Fenomeno delle condense acide	»	260
5.6	I diagrammi di Ostwald	»	261
5.7	Diagnosi di un generatore di calore	»	268
5.8	Le perdite di calore	»	270
5.9	Analisi del generatore	»	281
	Appendice 5.1-A	»	287
	Appendice 5.1-B	»	287
	Appendice 5.1-C	»	288
	Appendice 5.2	»	289
6.	Recuperi di calore	»	292
6.1	L'opportunità del recupero	»	292
6.2	Assetto termico per scambiatori di calore	»	292
6.3	Dimensionamento della superficie di scambio termico	»	299
6.4	Dimensionamento ottimale di uno scambiatore	»	302
6.5	Le verifiche preliminari	»	316
6.6	I recuperi multipli di calore	»	319
6.7	Scambiatori di calore	»	336
6.8	La ricompressione meccanica del vapore	»	341
6.9	Allenare il colpo d'occhio: si risparmia energia?	»	342
	Appendice 6.1	»	345
	Appendice 6.2	»	346
7.	Refrigerazione	»	351

7.1	L'opportunità	pag.	351
7.2	Ciclo frigorifero a compressione	»	351
7.3	Efficienza energetica degli impianti frigoriferi	»	354
7.4	Componenti dell'impianto frigorifero	»	356
8.	Riscaldamento di ambienti industriali	»	364
8.1	L'opportunità	»	364
8.2	Parametri di un impianto di condizionamento	»	364
8.3	Bilancio termico	»	365
8.4	Misure di contenimento dei consumi	»	366
9.	Il rifasamento del carico elettrico	»	380
9.1	Richiami teorici	»	380
9.2	Gestione del fattore di potenza	»	388
9.3	Il rifasamento distribuito	»	406
9.4	Il problema delle armoniche	»	415
10.	Gestione dei trasformatori	»	417
10.1	Principio di funzionamento del trasformatore	»	417
10.2	Considerazioni energetiche	»	418
10.3	Il rendimento di un trasformatore	»	428
10.4	Gestione ottimale dei trasformatori	»	433
10.5	Tipologie di trasformatori	»	439
	Appendice 10.1	»	441
11.	Motori elettrici	»	443
11.1	La teoria	»	443
11.2	Parametri energetici di un motore elettrico	»	446
11.3	Corretta gestione energetica dei motori	»	449
11.4	L'alternativa del riavvolgimento	»	454
11.5	I motori ad alta efficienza	»	458
11.6	Trasmissioni della potenza	»	461
11.7	Variatori di velocità	»	463
11.8	Gestione del parco motori di un sito produttivo	»	466
	Appendice 11.1	»	468
12.	L'aria compressa	»	470
12.1	La fase di compressione	»	470
12.2	Il ciclo di compressione reale	»	479
12.3	I sistemi ad aria compressa	»	485
12.4	Interventi di razionalizzazione	»	492
13.	Usi impropri dell'elettricità	»	506
13.1	L'opportunità	»	506
13.2	Evitare l'uso dell'elettricità a fini termici	»	507

14.	Gestione dei pompaggi	pag.	510
14.1	Espressione della potenza di pompaggio	»	510
14.2	Curve caratteristiche	»	511
14.3	Parametri energetici di una pompa	»	517
14.4	Interventi di risparmio nei sistemi di pompaggio	»	517
15.	Distribuzione elettrica	»	528
15.1	L'opportunità	»	528
15.2	Dimensionamento ottimale di un conduttore	»	529
15.3	La termografia	»	533
15.4	Sbilanciamento di tensione	»	534
15.5	Turboespansore per decomprimere gas naturale	»	535
	Appendice 15.1	»	538
	Appendice 15.2	»	539
16.	Il differimento dei carichi elettrici	»	540
16.1	L'opportunità	»	540
16.2	L'accumulo del freddo	»	541
17.	Illuminazione	»	548
17.1	Le sorgenti luminose	»	549
17.2	Parametri illuminotecnici	»	553
17.3	Energetica dell'impianto di illuminazione	»	557
18.	Cogenerazione	»	567
18.1	Introduzione	»	567
18.2	La cogenerazione e la produzione separata	»	568
18.3	Il principio fisico	»	570
18.4	Indicatori per la cogenerazione	»	571
18.5	Le criticità della cogenerazione	»	573
18.6	Le macchine da cogenerazione	»	575
18.7	Gli accumuli termici	»	589
18.8	La macchina per impianti di piccola taglia	»	591
19.	Il sistema di gestione ISO 50001	»	605
19.1	Perché transitare verso i sistemi di gestione	»	605
19.2	La norma UNI-CEI-EN ISO 50001	»	610
19.3	Conclusioni	»	621
	Appendice 19.1	»	624
	Appendice 19.2	»	628
	Appendice 19.3	»	630
	Ringraziamenti	»	633
	Bibliografia	»	635

Il decreto legislativo n. 102 del 4 luglio 2014, recepimento della direttiva 2012/27/UE sull'efficienza energetica, prevede fra le novità più rilevanti l'obbligo di esecuzione di una diagnosi energetica per le grandi imprese entro il 5 dicembre 2015, da replicarsi ogni quattro anni. L'Unione Europea ha voluto con ciò sollecitare il settore produttivo all'adozione di accorgimenti orientati al corretto uso dell'energia i quali, seppur indotti da un provvedimento cogente, dovrebbero facilitare razionalizzazioni e risparmi in grado di ripagare lo sforzo di adeguamento. Una prescrizione apparentemente così asettica contiene in sé tuttavia i germi del vaso di Pandora. Eseguire una diagnosi energetica efficace significa infatti conoscere i cicli produttivi, le tecnologie efficienti cui ricorrere, saper svolgere analisi economiche, saper determinare, in regime di ottimizzazione, le dimensioni dei vari apparati da introdurre; saper reperire, filtrare, elaborare e presentare i dati e le informazioni, trovare le fonti di finanziamento, adottare sistemi di gestione, eccetera. In ognuno dei precedenti aspetti sono poi nidificate altre questioni da dover padroneggiare, per esempio nell'ambito delle tecnologie efficienti si trovano quelle *orizzontali* e quelle *verticali*, ogni famiglia delle quali contiene decine (centinaia?) di opzioni da dover tener contemporaneamente presenti all'atto dell'esecuzione della diagnosi, ed ogni opzione rimanda ad una particolare problematica tecnico-economica che chiama in causa potenze installate, coefficienti di carico, ore di inserzione, rendimenti e fattori di potenza, costi d'investimento, costi operativi e altro ancora. Affrontare questo impegno contando su un ottimo bagaglio teorico e pratico è vitale sia per il consulente, che può così dimostrarsi all'altezza del mandato, che per l'impresa committente, che può così orientare al meglio le analisi ed attingere a nuove opportunità di *business*.

Questo libro è stato scritto per venire incontro ad entrambe le controparti, con lo scopo di facilitare la creazione di una base di *fondamenti*, il cui possesso distingue colui che sa fare rispetto a chi troppo spesso ricorre all'improvvisazione, alla facile creatività o alla stanca riproposizione di sempre uguali soluzioni.

Il testo non si pone in concorrenza ai manuali tecnici; tabelle quantitative sono ristrette al numero indispensabile, e sono state contenute al massimo le classifica-

zioni impiantistiche, qualora non ritenute significative. Si è dato per acquisito che la manutenzione degli impianti sia sempre stata eseguita correttamente, cosicché i problemi di tipo energetico saranno ricercati nei pertinenti ambiti *a monte*.

Per veicolare un efficace pragmatismo, l'opera è stata sfrondata da un eccessivo indugio formulistico, evitando il ricorso ad equazioni differenziali, integrali ed operatori esotici, quando si sia ritenuto che ciò non aggiungesse valore aggiunto alla comprensione degli argomenti. Spesso tuttavia le catene causali che partono dai principi fisici fino alle prassi ultime sono *belle*, e in questi casi non si è potuto fare a meno di proporle.

Il testo non enfatizza statistiche di consumo energetico, né a livello mondiale né locale o per categoria di utilities o di usi finali o di fonti energetiche. Statistiche valide al momento dell'ultima stesura saranno già obsolete alla data della pubblicazione, e perderanno sempre più di significato con lo scorrere del tempo. Elementi storicizzati in un testo di *fondamenti* rischiano di essere controproducenti, visto che i principi dell'energetica sono validi sempre ed a qualunque latitudine.

Lo stesso discorso riguarda la normativa: l'efficienza ed il risparmio energetico sono stati sottoposti nel tempo – e continueranno ad esserlo – ad un'intensa normazione a partire dalla legge 373/76 fino al recente D.Lgs 102/14. Un aggancio troppo stretto ad un qualunque disposto normativo renderebbe il testo sorpassato già dopo alcuni mesi: invece le verità e le metodologie tecniche ed economiche esposte nel libro resteranno. Le normative passano.

L'approccio economico lega come un *fil rouge* tutti gli argomenti presentati. A seguito del progressivo depauperamento delle riserve di energia primaria, l'efficienza energetica è ormai divenuta un *topic* mediatico, spesso sopravvalutata, poco approfondita e/o criticata, da conseguirsi spesso tout court all'insegna del *costi quel che costi*. Essa viceversa va considerata come un importante strumento a disposizione dei decisori per poter risolvere questioni di bilancio e di sostenibilità.

Se l'energy manager si appropria di questo sano principio saprà agevolmente individuare e superare le barriere che ostacolano l'effettivo e pieno conseguimento dei possibili risparmi energetici e, nel confronto col committente, sarà in grado di motivare le proprie scelte con gli argomenti 'forti' per eccellenza: l'economia e la tecnica. L'aspetto ideologico o romantico sarà destinato ad altri tavoli di discussione, che non siano il sano confronto sui *fatti*.

Il mestiere dell'energy manager è bellissimo. Ogni realtà operativa è diversa da qualunque altra, e non ci sono mai soluzioni precostituite le quali, poiché hanno dato buoni esiti in un contesto A, daranno senz'altro esiti analoghi anche in un contesto B. Tanti ambiti della consulenza tecnica vengono affrontati e risolti compilando questionari precostituiti; nel campo dell'efficienza energetica questo non è possibile, e questo rende il nostro mestiere paragonabile a quello dell'investigatore, che deve andare in cerca di indizi, saper dare il giusto peso alle informazioni acquisite, avere fiuto, saper trattare con gli organi di vertice come con le maestranze, e ogni volta rimettersi in discussione, al fine di individuare quelle opportunità che concorrono a far quadrare meglio i conti del committente. Chiunque, con un po' di

pratica, riesce a compilare questionari. Pochi riescono invece ad inquadrare la nuova realtà da risanare, anche se appartenente ad un settore produttivo non conosciuto, in una corretta cornice metodologica, e ad accettare la nuova sfida che questo comporta. Non è un lavoro per i sedentari o per chi non abbia voglia di migliorarsi continuamente, e proprio per questo l'energy management è un lavoro prodigo delle soddisfazioni che capitano solo a chi tenta per la prima volta l'esperimento temuto dagli altri.

Nota metodologica

I prezzi di vettori energetici ed apparecchiature adottati nei numerosi esercizi di cui è corredato il testo hanno un valore indicativo ed esemplificativo. Il lettore che voglia applicare le procedure di calcolo illustrate dovrà riferirsi ai prezzi specifici occorrenti nella propria reale situazione tecnico-economica.

Il bagaglio di conoscenze di un responsabile della gestione dell'energia deve contemplare la padronanza delle tecniche dell'analisi costi-benefici. Il discriminante tra la semplice conoscenza 'tassonomica' delle pratiche di efficientamento energetico, e l'interiorizzazione dell'intera pragmatica che logicamente vi sottende, è proprio l'economia. Chiunque sarebbe in grado di reperire la lista di interventi da potersi applicare in un certo contesto, ma pochi sono in grado di identificare *proprio* gli interventi da realizzarsi in *quella* situazione, dimensionarli e prevederne i probabili effetti, quantificati sia sul versante dei risparmi energetici che sul versante dei risultati economici. In effetti la committenza, nel campo del risparmio energetico, è portatrice di istanze che non riguardano la sfera tecnica, ma solo quella *economica*, avente ad oggetto costi di realizzazione degli interventi, redditività, i giusti dimensionamenti, tempi di ritorno, rischi connessi con relativo grado di accettabilità, necessità finanziarie. *Queste* saranno le questioni da affrontare, ed è dunque necessario che il revisore energetico si impossessi *anche e soprattutto* dei principi dell'analisi costi-benefici, per entrare in sintonia col sentire del committente, ed essere in grado di confortare nella maniera più esauriente e convincente possibile le osservazioni cui sarà sottoposta l'opera che ci si attende da lui.

L'analisi costi-benefici non è un complemento alle conoscenze di un gestore dell'energia e non è pura contabilità; costituisce viceversa un potente strumento per individuare, selezionare ed ordinare i possibili interventi di risparmio energetico, e per valutare l'incidenza di qualunque fattore possa influenzare il *business*. Essa orienta le scelte tecniche del progettista e le scelte finanziarie del decisore. Si sostituisce al *rasoio di Occam*: «Questo sì» e «Questo no», senza ambiguità e opacità.

Chi conosce l'analisi costi-benefici parla di efficienza energetica con consapevolezza, chi non la conosce resta confinato nell'area del buon senso e del 'sentito dire'. Dal canto loro, i committenti dovrebbero pretendere pragmatismo e numeri, e non cedere alla tentazione di apparire aggiornati caldeggiando e adottando tecnologie *alla moda*. L'analisi economica costituisce in conclusione il terreno comune su cui la comunità delle parti interessate può dialogare e intendersi.

2.1 Logica dell'analisi costi-benefici

Un'analisi costi-benefici si basa sul confronto tra il denaro speso per sostenere l'investimento ed il denaro che si presume venga *generato* dall'investimento stesso nell'arco della propria vita. In termini elementari, va determinato il guadagno "G" di un'iniziativa che prometta un ricavo "RIC" a fronte di una spesa "SP". La relazione che lega le precedenti variabili è, dall'aritmetica elementare (v. fig. 1):

$$G = RIC - SP \quad 1)$$

In pratica, secondo la 1) la spesa *SP* genera, *nello stesso istante* in cui è sostenuta, il beneficio *RIC*; il guadagno *G* è dato dalla differenza tra *RIC* e *SP*. Se *G* è positivo, l'iniziativa produce un guadagno; viceversa produce una perdita. Nella realtà, le transazioni si svolgono con un differimento temporale tra le varie fasi dell'iniziativa economica: l'investimento viene effettuato al *momento zero* con denaro attuale; i benefici (i flussi di cassa *FC*) si renderanno disponibili solo nelle successive annualità (v. fig. 2). Estendendo la validità della 1), si potrebbe associare alla precedente operazione un vantaggio:

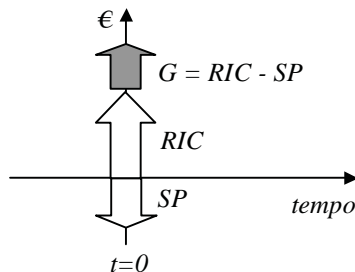
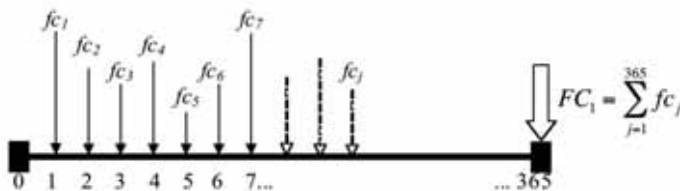


Fig. 1 – SP produce istantaneamente RIC e G.

$$G = FC_1 + FC_2 + FC_3 + FC_4 + \dots + FC_n - I_0 = \sum_{j=1}^n FC_j - I_0 \quad 2)$$

avendo assunto l'anno¹ come intervallo-base tra un beneficio e l'altro.

¹ In realtà, il flusso di cassa *FC* è costituito dai flussi parziali *fc_j* che si manifestano di regola con continuità giorno per giorno lungo il corso dell'anno; sarebbe quindi più realistica, per es. per il primo anno, una raffigurazione come la seguente:



È prassi consolidata considerare il $FC_1 = \sum_{j=1}^{365} fc_j$ come occorrente nella sua totalità no-

minale (non rivalutata) alla scadenza del primo anno. Lo stesso principio vale per i flussi di cassa degli anni successivi.

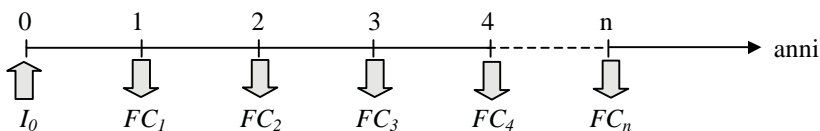


Fig. 2 - Flussi di cassa FC_j a fronte di un investimento I_0 .

La 2) tuttavia non può essere utilizzata poiché presuppone che soldi futuri siano uguali a soldi di oggi, mentre invece l'essere umano attribuisce maggior valore ad una ricchezza attuale, piuttosto che alla stessa ricchezza – in valore nominale – disponibile nel futuro: 100 € attuali valgono di *più* di 100 € futuri. Un tale fenomeno, noto nelle scienze economiche come 'postulato di impazienza', *non può essere dimostrato*, e risiede unicamente nella psicologia umana, *indipendentemente* dalla diminuzione del potere di acquisto nel tempo causata dall'inflazione.

Metaforicamente, sembra che nel DNA dell'*homo sapiens sapiens* sia inscritta una sequenza genica che codifichi per una simile tendenza, e che ciò abbia portato, in qualunque epoca ed a qualunque latitudine, a pretendere un *interesse* per il prestito di capitali². In conseguenza di ciò la relazione 2) dovrà essere corretta.

2.2 Meccanismi di capitalizzazione e attualizzazione

Il fattore che consente il confronto tra denaro disponibile in diversi momenti temporali è l'*interesse*. Se l'interesse è fissato nella percentuale di "R" all'anno, le due parti – creditrice e debitrice – converranno che un capitale K_0 , dato in deposito all'istante zero, è equivalente ad un capitale K_1 , riscattabile tra un anno, pari a:

$$K_1 = K_0 + K_0 R = K_0 (1+R) \quad 3)$$

Nella 3), $K_0 R$ rappresenta la "quota interesse", proporzionale ad R [anni⁻¹]. Alla fine del secondo anno la parte creditrice ritirerebbe il montante K_1 ed il premio per aver lasciato K_1 in giacenza per un secondo anno, cioè:

$$K_2 = K_1 + K_1 R = K_1 (1+R)$$

e, applicando la 3)³:

$$K_2 = [K_0 (1+R)](1+R) = K_0 (1+R)^2 \quad 4)$$

² L'interesse associato alla disponibilità di un capitale attuale appartiene alle seguenti categorie: costo del *servizio* (l'interesse è la remunerazione pretesa per l'erogazione del prestito); costo *opportunità* (si paga la rinuncia al capitale da parte del prestatore, col quale egli avrebbe condotto una speculazione che avrebbe generato profitto); costo di *rischio* (è fatto pagare il rischio di insolvenza da parte del debitore). Il concetto di 'interesse' e la pratica dell'usura sono già citati nella Bibbia, v. per es. *Levitico*, 25:36, 25:37 e *Salmi*, 15:5.

³ Per un tasso R_2 al secondo anno diverso da R_1 , la 4) diventa:

$$K_2 = K_0 (1+R_1)(1+R_2).$$

La regola di *capitalizzazione “composta”*, che fissa l’equivalenza tra un capitale K_0 attuale ed un capitale K_n tra n anni, è dunque la seguente⁴:

$$K_n = K_0 (1+R)^n \quad 5)$$

Il meccanismo di *attualizzazione*, inverso alla capitalizzazione, permette invece di riportare al momento zero ricchezze future. Se dalla 5) si esplicita K_0 , si ottiene:

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+R)^n} = K_n \cdot \frac{1}{(1+R)^n} \quad 6)$$

Il termine $1/(1+R)^n$ nella 6) è detto *fattore di attualizzazione* o *di sconto* e, per diverse coppie $[R, n]$, assume i valori di tab. 1.

Si supponga per es. di aver ricevuto un lascito in banca di 10.000 € vincolato a 4 anni. Desiderando la corresponsione immediata del capitale, con un costo operativo del 6%, il fattore di sconto sarebbe 0,792 (v. tab. 1), ed applicando la 6), il capitale immediato corrisposto K_0 sarebbe di: $10.000 \cdot 0,792 = 7920$ €

Tab. 1 - Fattori di sconto $1/(1+R)^n$.

Anni n	Interesse “R” (%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	0,980	0,961	0,943	0,925	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826
3	0,971	0,942	0,915	0,889	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751
4	0,961	0,924	0,888	0,855	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683
5	0,951	0,906	0,863	0,822	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621
6	0,942	0,888	0,837	0,790	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564
7	0,933	0,871	0,813	0,760	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513
8	0,923	0,853	0,789	0,731	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467
9	0,914	0,837	0,766	0,703	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424
10	0,905	0,820	0,744	0,676	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386
11	0,896	0,804	0,722	0,650	0,585	0,527	0,475	0,429	0,388	0,350
12	0,887	0,788	0,701	0,625	0,557	0,497	0,444	0,397	0,356	0,319
13	0,879	0,773	0,681	0,601	0,530	0,469	0,415	0,368	0,326	0,290
14	0,870	0,758	0,661	0,577	0,505	0,442	0,388	0,340	0,299	0,263
15	0,861	0,743	0,642	0,555	0,481	0,417	0,362	0,315	0,275	0,239
16	0,853	0,728	0,623	0,534	0,458	0,394	0,339	0,292	0,252	0,218
17	0,844	0,714	0,605	0,513	0,436	0,371	0,317	0,270	0,231	0,198
18	0,836	0,700	0,587	0,494	0,416	0,350	0,296	0,250	0,212	0,180
19	0,828	0,686	0,570	0,475	0,396	0,331	0,277	0,232	0,194	0,164
20	0,820	0,673	0,554	0,456	0,377	0,312	0,258	0,215	0,178	0,149

⁴ Per tassi di interesse diversi ogni anno, la 5) diventa:

$$K_n = K_0 \cdot \prod_{j=1}^n (1+R_j)$$